



Выпуск 10

БИОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НА ГОРНОТАЕЖНОЙ СТАНЦИИ



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ДАЛЬНЕВОСТОЧНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

Горнотаежная станция

БИОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НА ГОРНОТАЕЖНОЙ СТАНЦИИ

Сборник научных трудов

Выпуск 10



Владивосток
Дальнаука
2006

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РОСТА ДЕРЕВА В ДРЕВОСТОЕ ТЕМНОХВОЙНЫХ ПОРОД

А.М. Омелько

Биолого-почвенный институт ДВО РАН

В последнее время имитационные модели роста древостоев пользуются повышенным интересом. Подобные модели во многих странах применяют как при разработке, так и при планировании различных лесохозяйственных мероприятий (Arney, 1974; Chumachenko et al., 2003; Bettinger, 2003; Kapur, 1982; Tait, 1988). Конечно, в некоторых странах, особенно европейских, просто так новые пробные площади уже не заложишь – нужно веское обоснование. Но главная причина – имитационное моделирование если и не позволяет найти достаточно точный ответ на вопросы вроде «как скажется на росте древостоя изъятие его определенной части», то по крайней мере подскажет путь, по которому можно найти правильный ответ. А это существенно сокращает затраты времени и средств.

Несколько десятилетий назад имитационное моделирование было ограничено мощностью вычислительной техники. Сейчас эта проблема неактуальна. Наибольшее распространение получили имитационные модели, в которых отдельное дерево описывается простой геометрической фигурой, например кружком определенного диаметра или стопкой таких кружков. Однако такие модели имеют ряд недостатков, и в настоящее время интенсивно ведется разработка новых моделей роста дерева, с более детальным описанием развития кроны (Kurth, Sloboda, 1999a). Эти модели обладают большей «гибкостью» и легче адаптируются к новым условиям. Кроме того, такие модели удобно использовать и для других задач, например для расчетов освещенности под пологом леса (Maillet-Serga et al., 2001) и т. д.

В настоящей работе мы продолжим развитие имитационной математической модели роста дерева темнохвойной породы (ели и пихты), описанной нами (Омелько, 2004). Мы научим взаимодействовать отдельные деревья, что является необходимым для перехода от моделирования роста отдельного дерева к росту древостоя.

Модель роста дерева. Коротко поясним основные особенности модели. Структурной единицей модели является побег. Геометрическое строение или, как принято в западной литературе, «архитектура» кроны описывается простой L-системой:

Angle Y 72; Angle Z 15

Axiom \\\|F(L_{нав})|/////B+B+B+B]A

A → F(L_{верш})|/////B+B+B+B]A

B → F(L₂)[+C][B][-C] : F(L₂) > L_{кр}

C → F(L₃)[+D][C][-D] : F(L₃) > L_{кр}

D → F(L₄) : F(L₄) > L_{кр}

Здесь $F(L_{нав})$ – начальная длина вершинного побега, $F(L_{верш})$ – расчетная длина вершинного побега, $F(L_2)$, $F(L_3)$, $F(L_4)$ – длины побегов на осях второго и более высоких порядков. Модель описывает развитие побегов максимум четвертого порядка. Условия $F(L_i) > L_{кр}$ указывают на то, что рост побега осуществляется только в том случае, если его расчетная длина больше критической ($L_{кр}$). При расчете длины новых побегов полагается, что длина побегов на оси $i+1$ -го порядка убывает с удалением от вершины оси i -го порядка. Вычисления длин побегов подчиняются иерархической системе: вначале вычисляется длина вершинного побега, затем побегов на осях 2-го порядка, далее на осях 3-го и более высоких порядков. Шаг времени модели равен одному году.

Зависимость длины побега от расстояния до вершины оси в данном варианте модели будем описывать следующим уравнением:

$$L_{(i)} - L_{(i)верш} = \frac{\alpha_{(i)}}{L_{(i)верш}} r,$$

где $L_{(i)}$ – длина побега, $L_{(i)верш}$ – длина побега на вершине оси, $\alpha_{(i)}$ – скорость убывания длины побега, r – расстояние от вершины оси i -го порядка до основания оси i -го порядка.

Как было показано в предыдущей работе, изменяя скорость убывания длины побега, можно имитировать воздействие различных условий освещенности на дерево. Причем величина этого параметра не обязательно должна быть постоянной по всему радиусу кроны дерева. Ее можно менять по разным направлениям и на разной высоте,

получая практически бесконечное разнообразие форм кроны. Это открывает большие возможности для моделирования роста не только отдельных деревьев, но и участков древостоев (насаждений). Для этого нужно исследовать зависимость величины параметра α от условий освещенности. Сделать это можно разными способами, самый простой из них — измерять длину побегов на осях определенного порядка и каким-нибудь фотометрическим прибором измерять количество радиации, приходящей к побегу. Также измерения можно проводить косвенным способом, находя расстояния между соседними деревьями и измеряя длины ветвей. Так или иначе, к модели роста дерева нужно добавить так называемую модель освещения, которая будет рассчитывать количество радиации, приходящей к той или иной точке виртуального пространства. Иногда в этом случае идут следующим путем: вычисляют последовательно проекции ветвей друг на друга, в предельном варианте вместе с отдельными хвоинками. Это очень трудоемкий способ, требующий весьма мощной вычислительной техники, поэтому он применяется редко. Кроме того, вычисленная таким способом картина освещенности имеет мало отношения к действительности: в реальных условиях все может сильно «смазываться» из-за дневного движения солнца, а также из-за небольших покачиваний ветвей на ветру. Поэтому чаще применяется другой способ. Все виртуальное пространство, занимаемое отдельным деревом или участком древостоя, разбивается на небольшие ячейки (обычно кубической формы). Условия внутри каждой ячейки считаются постоянными по всем трем измерениям. Если в ячейку попадает один или несколько побегов, то она считается заполненной. Этот подход позволяет существенно упростить алгоритм расчетов, но количество машинных ресурсов, используемых для хранения информации о ячейках, в случае небольшого участка древостоя очень велико.

Однако если не нужна очень высокая точность при описании роста отдельного дерева и модель акцентируется на росте древостоя, можно попытаться найти другие, более простые пути работы с параметром α . Действительно, каков бы ни был механизм взаимодействия деревьев, результат будет выражаться в том, что ветви дерева А при достижении некоторой границы больше не будут расти в направлении кроны дерева Б. Таким образом, зная, где находится граница, мы можем вычислить такое значение параметра α , при котором ветви будут останавливать рост по достижении этой границы. Итак, в этом случае нам не нужно заранее вычислять значения параметра α и даже

не нужно вводить модель освещенности, все значения будут вычисляться во время имитации роста древостоя.

Где находится та граница, на которой рост побегов останавливается? Как показывают наблюдения в природе, у молодых деревьев кроны соприкасаются очень плотно. Иногда даже случается, что ветвь одного дерева может при некотором стечении обстоятельств проникнуть сквозь крону другого дерева. У деревьев среднего возраста кроны обычно располагаются на некотором удалении друг от друга. Можно предложить множество гипотез, объясняющих данное явление. Но не будем пока уходить в такие сложности и остановимся на самом простом варианте — когда рост ветвей прекращается на границе соприкосновения кроны (рис. 1). В этом случае нам необходимо вычислить коэффициент α , который обеспечивает заданную длину ветви.

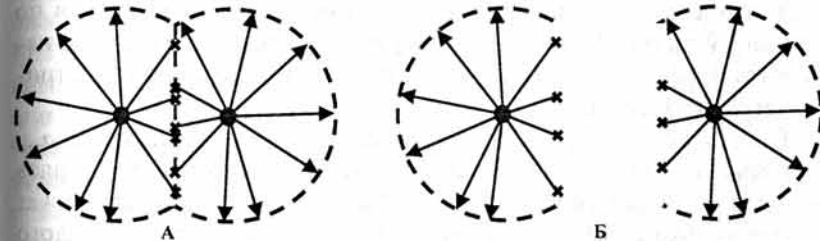


Рис. 1. Схема взаимодействия кроны двух деревьев (крестиками обозначены ветви, прекратившие рост): А — два дерева вместе, Б — кроны соприкасающихся деревьев

Как было показано выше, длина побега линейно убывает в зависимости от расстояния от вершины побега предыдущего порядка. Сейчас от переменной r (расстояния до вершины) удобнее перейти ко времени t :

$$L_{(t)} = L_{(t)перх} - \frac{\alpha_{(t)}}{L_{(t)перх}} \cdot L_{(t)перх} \cdot t,$$

$$L_{(t)} = L_{(t)перх} - \alpha_{(t)} \cdot t.$$

Мы учли, что интервал r равен $L_{(t)перх}$. Длина ветви, достигнутая к определенному возрасту, может быть вычислена по следующей формуле:

$$L = \sum_{t=1}^T (L_{(2)верх} - \alpha_{(2)} \cdot t),$$

где L – длина ветви, $L_{(2)верх}$ – начальная длина побега, T – возраст ветви, t – время; суммирование производится для положительных членов. Поскольку длина верхушечного побега дерева постепенно увеличивается, то формула для вычисления длины ветви будет следующей:

$$L = \sum_{t=1}^T [(L_{(1)нач} + \mu \cdot t) - \alpha_{(2)} \cdot t], \quad (*)$$

где $L_{(1)нач}$ – начальная длина вершинного побега, μ – скорость увеличения длины вершинного побега. В этом варианте мы предположили, что длина вершинного побега увеличивается с возрастом по линейному закону. Используя формулу (*), можно рассчитать и нарисовать профиль кроны дерева, не прибегая к сложным геометрическим построениям.

Если задать длину L , то можно найти значение параметра $\alpha_{(2)}$. Поскольку количество членов ряда заранее не известно, вычислять параметр $\alpha_{(2)}$ придется методом итераций. У взрослого дерева может быть несколько десятков побегов, и вычислять значения для каждого из них в случае моделирования роста древостоя довольно обременительно. Поэтому пространство, занимаемое кроной дерева, можно поделить на равные сектора и вычислять значения α для секторов. Это позволяет существенно снизить расходы машинных ресурсов на расчет модели.

В том случае, когда имитируется рост деревьев, растущих с одинаковой скоростью, данный подход может дать хорошие результаты. Но в действительности скорости роста отдельных деревьев могут сильно варьировать в зависимости от разных условий. В такой ситуации мы можем получить интересный результат: несколько небольших деревьев могут «зажать» по бокам довольно крупное дерево, чего не происходит в природе (рис. 2). Чтобы избежать такого результата, нужно учитывать высоты взаимодействующих деревьев.

Есть еще один интересный эффект, который было бы желательно учесть в модели. Известно, что дерево, растущее свободно, обычно оказывается ниже, чем дерево того же возраста, но растущее в древостое. Как иногда говорят, дерево в древостое тянется вверх. Этот

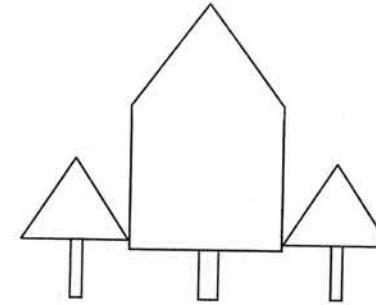


Рис. 2. Схематическое изображение крупного дерева, «зажатого» по бокам меньшими деревьями

эффект начинает проявляться очень рано и сильно выражен в молодых древостоях. Для его объяснения существует несколько гипотез. Мы воспользуемся следующей. Допустим, в начальный момент времени у нас есть дерево, окруженное несколькими другими. Сначала они растут свободно, но затем их кроны начинают соприкасаться. Некоторые побеги оказываются «блокированными» ветвями других деревьев и не могут продолжать свой рост. Но для этих побегов деревом уже были запасены какие-то вещества, и они распределяются между другими побегами, которые становятся немного длиннее. В нашей модели нет собственно веществ, но косвенно пересчитать длины побегов несложно.

Параметры модели. Коэффициенты линейного уравнения для расчета длины вершинного побега: $L_{(1)нач} = 10$ (см), $\mu = 1$ (см). Иными словами, предполагается, что в начальный момент времени длина верхушечного побега равняется 10 см и каждый год увеличивается на 1 см. Время жизни хвои – 5 лет, длина хвои пропорциональна длине побега (длина хвои в 10 раз меньше длины побега). Начальный диаметр стеблей также пропорционален его длине (в 20 раз меньше). Диаметр ежегодно увеличивается на 10 % от начального. Коэффициент «уравнения убывания» длины побегов $\alpha_{(i)} = 0,25$ и одинаков для всех осей дерева.

Результаты и обсуждения

Рассмотрим несколько примеров, иллюстрирующих модель роста дерева. Сначала возьмем простой пример – два дерева

с приблизительно одинаковыми скоростями роста (рис. 3). Вначале молодые деревья растут свободно, затем их кроны смыкаются и некоторые побеги прекращают рост. Кроны деревьев становятся однобокими (рис. 3, В). На рис. 4 показан ряд примеров взаимодействия крон нескольких деревьев. Модель вполне адекватно описывает изменения форм крон.

Теперь рассмотрим более сложный случай — два дерева с разными скоростями роста (рис. 5). Вначале, так же как и на рис. 3, деревья растут свободно, затем их кроны смыкаются. Но одно дерево растет быстрее и практически «поглощает» крону меньшего дерева. Меньшее дерево испытывает сильное угнетение.

На следующем примере (рис. 6) показано, как изменяется рост дерева в древостое. Пусть у нас есть небольшой участок древостоя, деревья в котором расположены на равном расстоянии от соседей, в центре шестигранных ячеек (рис. 6, А). На рис. 6, Б показано одно из деревьев, выросших в центре модельного участка древостоя (рис. 6, В — контроль; дерево, растущее свободно). Дерево в древостое оказывается заметно выше, более вытянутым в высоту.

Таким образом, модель вполне адекватно описывает ряд аспектов взаимодействия деревьев в древостое. При этом мы можем, не прибегая к замысловатым уравнениям, непосредственно вычислять многие показатели отдельных деревьев. Кроме того, мы всегда точно знаем форму кроны и активную фотосинтетическую площадь.

На рис. 7 изображен небольшой участок модельного древостоя. Видно, что после некоторой доработки древостоем можно придать весьма «реалистичный» вид. Это открывает еще одну возможность для применения модели — возможность так называемой визуализации данных. Зачастую такая визуализация очень помогает восприятию табличных данных по строению, структуре и другим показателям древостоя.

Заключение

Для перехода к имитационной модели роста древостоя не хватает только понятия смертности. Это отдельная и довольно сложная задача, которая имеет множество решений в зависимости от того, для какой цели создается модель. Модели, которые описывают рост дерева на основе отдельных побегов, позволяют учесть весьма большое количество показателей, которые можно использовать для решения, будет ли дерево расти дальше или нет. В данном случае правильнее было бы

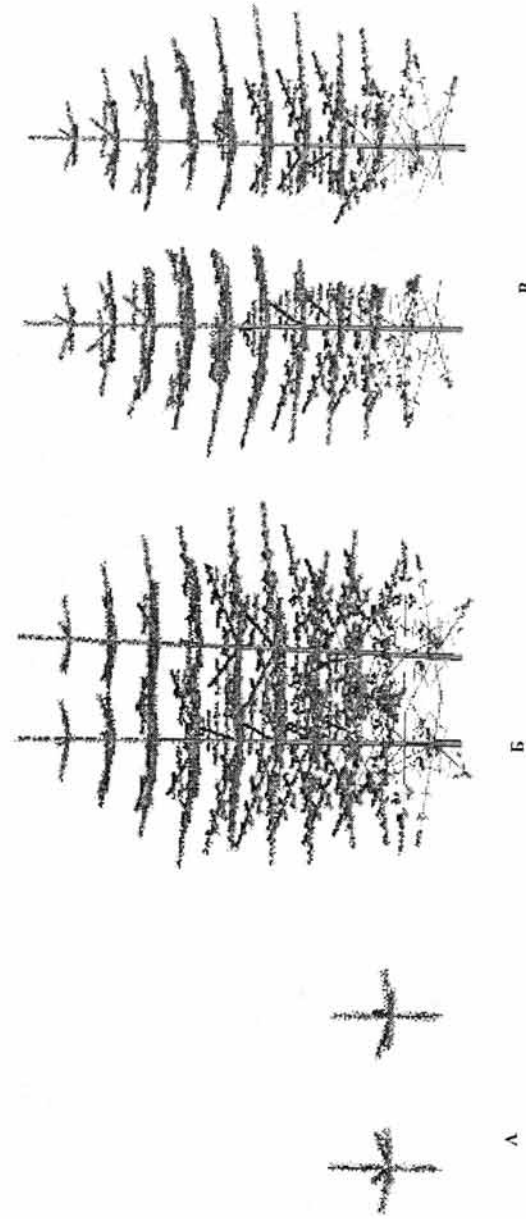


Рис. 3. Взаимодействие крон деревьев с одинаковой скоростью роста: А — начальное состояние, отдельно растущие деревья, Б — кроны начинают соприкасаться, В — кроны отдельных деревьев

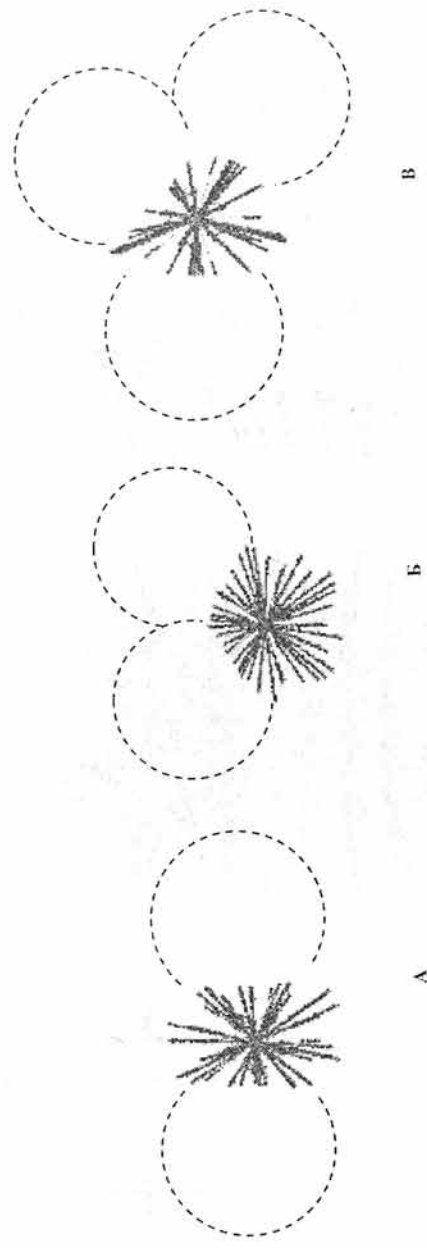


Рис. 4. Примеры изменения формы кроны при соприкосновении с другими деревьями (для упрощения отображены побеги только второго порядка): А — крона сжата с двух сторон, Б — «однобокая» крона, В — крона угнетенного дерева

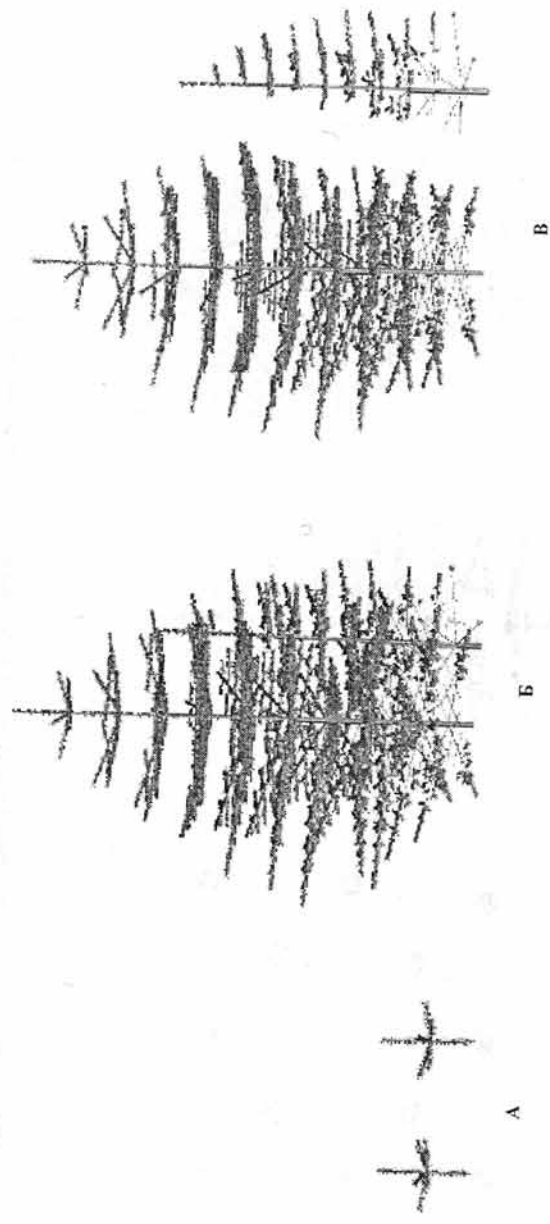


Рис. 5. Взаимодействие крон деревьев с разными скоростями роста: А — начальное состояние, отдельно растущие деревья, Б — со временем кроны начинают соприкасаться, В — кроны отдельных деревьев

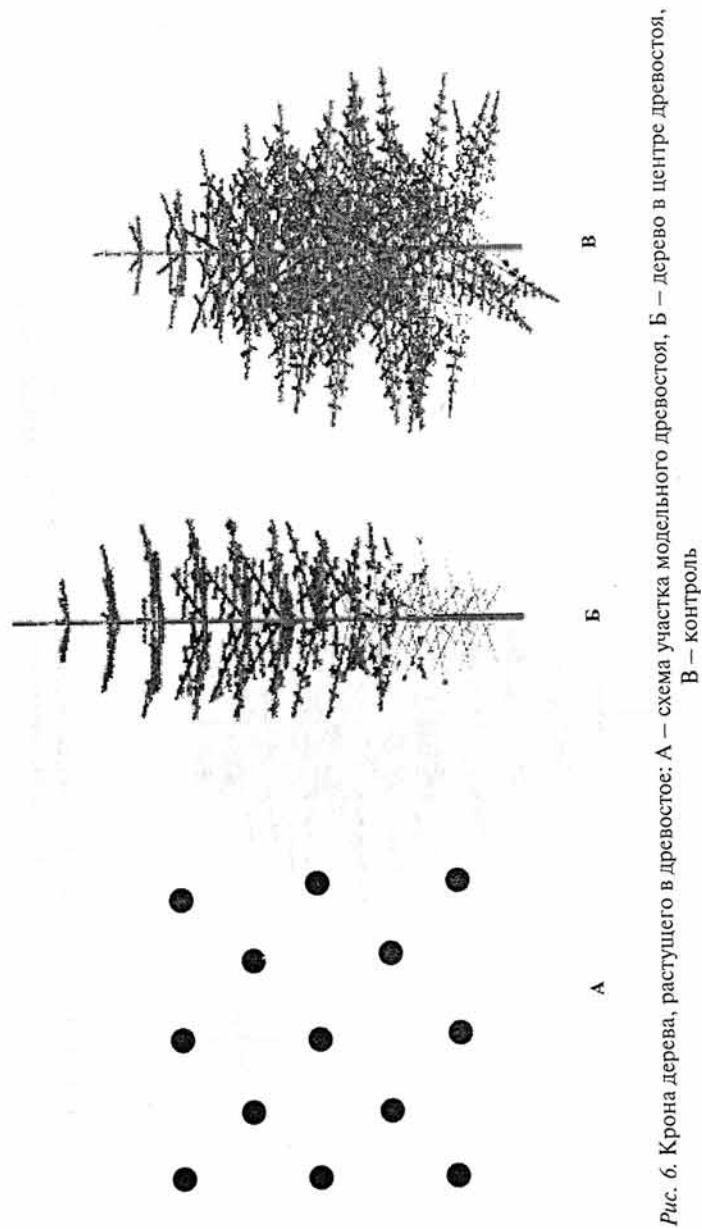


Рис. 6. Крона дерева, растущего в древостое: А – схема участка модельного древостоя, Б – дерево в центре древостоя, Б' – контроль

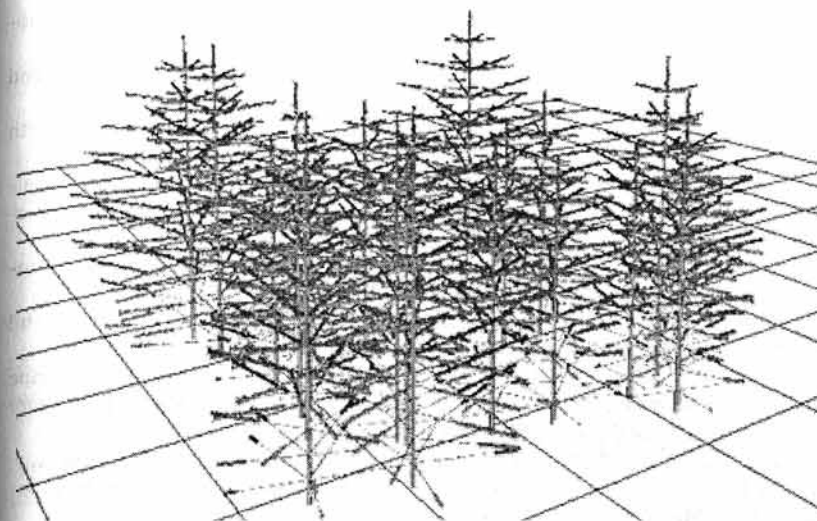


Рис. 7. Схема небольшого участка молодого темнохвойного древостоя (для упрощения отображены побеги только второго порядка)

рассматривать этот процесс как вероятностный. Иными словами, чем ближе величина определенного показателя (или показателей) дерева к критической, тем больше вероятность, что дерево засохнет.

Литература

- Галицкий В.В. О моделировании продукционного процесса в растительном сообществе // Моделирование биогеоценотических процессов. М.: Наука, 1981. С. 104–118.
- Кареев Г.П. Математическая модель роста в светолимитированных древостоях // Журн. общ. биол. 1983. Т. 44. С. 474–479.
- Корзухин М.Д. К эколого-физиологической модели лесной динамики // Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. Т. 9. С. 259–276.
- Корзухин М.Д., Седых В.Н., Тер-Микаэлян М.Т. Применение прогнозной модели восстановительно-возрастной динамики лесов // Изв. СО АН СССР. Сер. биол. 1988. Вып. 20. С. 34–45.
- Кузьмичев В.В. Закономерности роста древостоев. Новосибирск: Наука, 1977. 180 с.
- Омелько А.М. Формирование кроны деревьев темнохвойных пород при различных условиях освещенности: модель на основе L-систем // Биологические исследования на Горнотаежной станции: Сб. науч. тр. Вып. 9. Владивосток: Дальнаука, 2004. С. 56–71.

- Рачко П.* Имитационная модель динамики роста дерева как элемента лесного биоценоза // *Вопр. кибернетики*. 1979. Т. 52. С. 73–110.
- Aikman D.P., Watkinson A.R.* A model for growth and self-thinning in evenaged monocultures of plants // *Ann. Bot.* 1980. V. 45. P. 419–427.
- Arney J.D.* An individual tree model for stand simulation in Douglas-fir // *Growth Models for Tree and Stand Simulation*. Stockholm, 1974. P. 38–46.
- Chumachenko S.I., Korotkov V.N., Palenova M.M., Politov D.V.*, Simulation modeling of long-term stand dynamics at different scenarios of forest management for coniferous-broad-leaves forests // *Ecol. Model.* 2003. V. 170. P. 345–361.
- Bettinger P., Jonson D.L., Jonson K.N.* Spatial forest plan development with ecological and economic goals // *Ecol. Model.* 2003. V. 169. P. 215–236.
- Drew T.J., Fleming J.W.* Stand density management: An alternative approach and its application to Douglas-fir plantations // *Forest Sci.* 1979. V. 25. P. 518–532.
- Fourcaud T., Blaise F., Lac P., Castéra P., Reffye P.* Numerical modeling of shape regulation and growth stresses in trees. II. Implementation in the AMAPpara software and simulation of tree growth // *Trees*. 2003. V. 17. P. 31–39.
- Gove J.H., Patil G.P., Taillie C.* A mathematical programming model for maintaining structural diversity in even-aged forests stands with implications to other formulations // *Ecol. Model.* 1995. V. 79. P. 11–19.
- Grote, R., Erhard, M.* Simulation of tree and stand development under different environmental conditions with a physiologically based model // *Forest Ecology and Management*. 1999. V. 120. P. 59–76.
- Kapur J.N.* Some mathematical models for optimal management of forests // *Indian J. Pure Appl. Math.* 1982. V. 13. P. 273–286.
- Kurth W., Sloboda B.* Growth grammars simulating trees - an extension of L-systems incorporating local variables and sensitivity // *Silva Fennica*. 1997. V. 31. P. 285–295.
- Kurth W., Sloboda B.* Tree and stand architecture and growth described by formal grammars. I. Non-sensitive trees // *J. Forest Sci.* 1999. V. 45. P. 16–30.
- Kurth W., Sloboda B.* Tree and stand architecture and growth described by formal grammars. II. Sensitive trees and competition // *J. Forest Sci.* 1999a. V. 45. P. 53–63.
- Maillet-Serra I., Dauzat J., Auclair D.* Using plant architectural models for estimation of radiation transfer in a coconut-based agroforestry system // *Agroforestry systems*. 2001. V. 53. P. 141–149.
- Mech R., Prusinkiewicz P.* Visual models of plants interacting with their environment // *Computer Graphics (SIGGRAPH '96 Proceedings)*. 1996. V. 30. P. 397–410.
- Mitchell K.J.* Simulation of the growth of even-aged white spruce stands // *School of Forestry, Yale Univ. Bulletin*. 1969. N 75. 48 p.
- Newham R.M., Smith J.H.G.* Development and testing of stand models for Douglas-fir and Logepole pine // *Forestry Chronicle*. 1964. V. 40. P. 494–502.
- Perttunen, J., Sievänen R., Nikinmaa, E.* LIGNUM: A Model Combining the Structure and the Functioning of Trees // *Ecological Modelling*. 1998. V. 108. P. 189–198.
- Pretzsch, H., Biber, P., Dursky, J.* The single tree-based stand simulator SILVA: construction, application and evaluation // *For. Ecol. Manage.* 2002. V. 162. P. 3–21.
- Tait D.E.* The dynamic of stand development: a general stand model applied to Douglas-fir // *Can. J. Forest. Res.* 1988. V. 18. P. 696–702.