К МЕТОДИКЕ АНАЛИЗА РАЗНОВЕЛИКИХ МНОЖЕСТВ В СРАВНИТЕЛЬНОЙ ФЛОРИСТИКЕ

Б.И. Сёмкин

Тихоокеанский институт географии ДВО РАН, Владивосток

On the analysis of sets of different sizes in the comparative floristics

Semkin B.I.
Pacific Institute of Geography, Vladivostok, Russia

Изучая флоры, мы имеем дело со множеством видов в том или ином топографическом контуре (Юрцев, Сёмкин, 1980; Юрцев, 1982; Сёмкин, 1987; Юрцев, 1987; Юрцев, Камелин, 1987). Применение к флорам как к множествам видов методологии теории множеств позволяет четко поставить задачи по определению и измерению отношений сходства (флористической общности) и включения.

Кроме сопоставления флор на видовом уровне, возможно также проводить сравнительный анализ флор и по другим флористическим признакам (принадлежность к родам, семействам, классам; сходство по типу распространения, месту происхождения, направлению миграции, спектру биоморф и т.п.), т.е. по множествам укрупненных элементов или фактор-множествам (Сёмкин, Юрцев, 1980).

В некоторых случаях можно определить веса элементов фактор-множества и рассматривать флоры как дескриптивные множества (Сёмкин, 1973; Сёмкин, 1987; Юрцев, 1987). В дальнейшем мы будем представлять флористические данные для сравнительного анализа в виде классических множеств и дескриптивных множеств.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФЛОРИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ МНОЖЕСТВАМИ И ДЕСКРИПТИВНЫМИ МНОЖЕСТВАМИ

В сравнительной флористике флору представляют конечным множеством элементов (видов). Алгебраические операции и отношения на семействах множеств, а также их содержательная флористическая интерпретация приводятся в статье Б.А. Юрцева и Б.И. Сёмкина (1980). Как видно из этой статьи и некоторых других (Юрцев, 1982; 1987; Юрцев, Камелин, 1987; 1991), использование классических множеств в теоретическом обосновании понятий сравнительной флористики весьма перспективны.

Однако в методическом прикладном аспекте понятие «множество» имеет существенный недостаток – его элементы не упорядочены и не могут повторяться по нескольку раз. Например, множества $\{a, b, c, d\} = \{b, a, c, d\} = \{c, b, d, a\}$ считаются равными. Этих недостатков не имеют дескриптивные множества (descriptive sets), впервые предложенные Б.И. Сёмкиным (1973).

Дескриптивное (весовое) множество А определяется заданием весов $\mu_A(x_i) \geq 0$ для каждого элемента x_i (i = 1, ..., r) конечного упорядоченного множества X:

$$A = \begin{Bmatrix} x_1, \ldots, & x_r \\ \mu_A(x_1), \ldots, & \mu_A(x_r) \end{Bmatrix}.$$

Порядок элементов x_i сохраняется в данном исследовании при определении других множеств, например множество В определяется заданием других весов:

$$B = \begin{Bmatrix} x_1, \ldots, & x_r \\ \mu_B(x_1), \ldots, & \mu_B(x_r) \end{Bmatrix}.$$

Булевы дескриптивные множества имеют веса, равные 1 или 0, т.е. $\mu_A(x_i) = \begin{cases} 1, \text{ если } x_i \in X, \\ 0, \text{ если } x_i \notin X, \end{cases}$, причем порядок элементов x_i (i = 1, ..., r) сохраняется.

Мера дескриптивного множества A определяется как сумма его весов, т.е. $m(A) = \sum_{i=1}^{r} \mu_A(x_i)$.

Для булевых дескриптивных множеств мера множества А совпадает с числом элементов множества, т.е. $m(A) = n(A)$, где $n(A)$ обозначает число элементов множества A. Меру дескриптивного множества A нельзя отождествлять с мощностью множества, как это делается в ряде работ (Константинов, 1969; Песенко, 1982).

При расчете мер включения и сходства обычно производятся алгебраические операции над значениями весов. В связи с этим, наряду с обычными и дескриптивными множествами, можно также использовать относительно новое понятие «дескриптивный набор» (Сёмкин, 1978; Сёмкин, Куликова, 1981), им эквивалентное. Они обозначаются как $a = (a_1, \ldots, a_r),\ a_i \geq 0,\ i = 1, \ldots, r$.

На дескриптивных наборах задается отношение равенства и включения. Для каждой пары дескриптивных наборов $a = (a_1, .., a_r)$ и $b = (b_1, .., b_r)$ определяются отношения равенства и включения следующим образом:

$a = b$ тогда и только тогда, когда $a_i = b_i$, $i = 1, \ldots, r$;

$a \leq b$ тогда и только тогда, когда $a_i \leq b_i$, $i = 1, \ldots, r$.

Алгебраические операции конъюнкции (пересечения), дизъюнкции (объединения) и разности двух дескриптивных наборов a и b определяются соотвественно как:

$$a \wedge b = (\min(a_1, b_1), \ldots, \min(a_r, b_r));$$

$$a \vee b = (\max(a_1, b_1), \ldots, \max(a_r, b_r));$$

$$a \setminus b = (a_1 - \min(a_1, b_1), \ldots, a_r - \min(a_r, b_r)).$$

Вес дескриптивного набора $\mu(a)$ определяется как сумма его весов: $\mu(a) = a_1 + a_2 + \ldots + a_r$.

Приведем веса наиболее важных дескриптивных наборов:

$$\mu(\Theta) = 0, \text{ где } \Theta = \underbrace{(0, \ldots, 0)}_{r};\ \mu(a \wedge b) = \sum_{i=1}^{r} \min(a_i, b_i);$$

$$\mu(a \vee b) = \sum_{i=1}^{r} \max(a_i, b_i);\ \mu(a \setminus b) = \sum_{i=1}^{r} a_i - \sum_{i=1}^{r} \min(a_i, b_i).$$

Далее приведем перечень флористических признаков, представляемых в форме дескриптивного набора, которые можно использовать для сравнительного анализа флор (Сёмкин и др., 1997):

1) список всех видов флоры;
2) список всех родов;
3) список всех семейств;
4) список видов первого по рангу семейства;
5) список видов второго по рангу семейства;
6) список видов третьего по рангу семейства;
7) список видов 10 крупнейших по числу видов семейств;
8) список видов 10 крупнейших по числу видов родов;

9) абсолютный семейственно-видовой спектр (число видов в каждом семействе);

10) относительный семейственно-видовой спектр (процентный состав семейств по видам);

11) абсолютный семейственно-родовой спектр (число родов в каждом семействе);

12) относительный семейственно-родовой спектр (процентный состав семейств по родам);

13) абсолютный родо-видовой спектр (число видов в каждом роде);

14) относительный родо-видовой спектр (процентный состав родов по видам);

15) абсолютный семейственно-видовой спектр 10 крупнейших по числу видов семейств (число видов в каждом из 10 семейств);

16) относительный семейственно-видовой спектр 10 крупнейших по числу видов семейств (процентный состав 10 семейств по числу видов)[1];

17) головная часть относительного семейственно-видового спектра (первые 10 членов семейственно-видового спектра);

18) абсолютный семейственно-родовой спектр 10 крупнейших по числу родов семейств (число родов в каждом из 10 семейств);

19) относительный семейственно-родовой спектр 10 крупнейших по числу родов семейств (процентный состав 10 семейств по числу видов)[2];

20) абсолютный родо-видовой спектр 10 крупнейших по числу видов родов (число родов в каждом из 10 родов);

21) относительный родо-видовой спектр 10 крупнейших по числу видов родов (процентный состав 10 родов по числу видов)[3];

22) головная часть относительного родо-видового спектра (первые 10 членов родо-видового спектра);

23) абсолютный спектр жизненных форм Раункиера (число видов каждой из жизненных форм Раункиера);

24) относительный спектр жизненных форм Раункиера (процентный состав жизненной формы по числу видов);

25) абсолютный широтный спектр (число видов каждого географического элемента);

---

[1] Процент берется только от общего числа видов 10 семейств.

[2] Процент берется только от общего числа родов 10 семейств.

[3] Процент берется только от общего числа видов 10 родов.

26) относительный широтный спектр (процентный состав каждого географического элемента);

27) абсолютный долготный спектр (число видов каждого географического элемента);

28) относительный долготный спектр (процентный состав каждого географического элемента);

29) абсолютный широтно-долготный спектр (число видов каждого широтно-долготного географического элемента);

30) относительный широтно-долготный спектр (процентный состав каждого широтно-долготного географического элемента);

31) абсолютный экологический спектр (число видов каждого экологического элемента);

32) относительный экологический спектр (процентный состав каждого экологического элемента) и т.д.

В общем случае можно брать различные категории элементов флоры (географические, географо-генетические, экологические, эколого-ценотические, биоморфологические), отражающие свойства каждого вида в целом или же только его местной региональной популяции, составлять абсолютные и относительные их спектры для сравнительного анализа флор (Юрцев, 1987).

МЕРЫ ВКЛЮЧЕНИЯ (ОТНОШЕНИЯ ЦЕЛОЕ–ЧАСТЬ)

Меры включения определяются посредством мер пересечения двух дескриптивных множеств $\mu(a \wedge b) = \sum_{i=1}^{r} \min(a_i, b_i)$. Меры пересечения удовлетворяют десяти аксиомам мер конвергенции. Меры включения записываются в виде:

$$K_0(A;B) = \frac{m(A \cap B)}{m(B)} = \frac{c}{b} = \frac{\sum_{i=1}^{r} \min(a_i, b_i)}{\sum_{i=1}^{r} b_i},$$

$$K_0(B;A) = \frac{m(A \cap B)}{m(A)} = \frac{c}{a} = \frac{\sum_{i=1}^{r} \min(a_i, b_i)}{\sum_{i=1}^{r} a_i}.$$

Аксиоматика мер включения приведена Б.И. Сёмкиным (2007).

МЕРЫ СХОДСТВА (ОТНОШЕНИЯ СХОДСТВА)

Меры сходства определяются путем осреднения двух мер включения. Наиболее часто применяют меры сходства Сёренсена (Sørensen, 1948) и Жаккара (Jaccard, 1901), представляемые соответственно как:

$$K_0(A,B)=\frac{2m(A\cap B)}{m(A)+m(B)}=\frac{2c}{a+b}=\frac{2\sum_{i=1}^{r}\min(a_i,b_i)}{\sum_{i=1}^{r}a_i+\sum_{i=1}^{r}b_i},$$

$$K_1(A,B)=\frac{m(A\cap B)}{m(A)+m(B)-m(A\cap B)}=\frac{c}{a+b-c}=$$

$$=\frac{\sum_{i=1}^{r}\min(a_i,b_i)}{\sum_{i=1}^{r}a_i+\sum_{i=1}^{r}b_i-\sum_{i=1}^{r}\min(a_i,b_i)}.$$

Предлагается использовать меру сходства J. Braun-Blanquet (1928) при сравнении разновеликих по числу видов флор (Сёмкин, 2007):

$$K_{0,-\infty}(A,B)=\frac{m(A\cap B)}{\max[m(A),m(B)]}=\frac{c}{\max(a,b)}=\frac{\sum_{i=1}^{r}\min(a_i,b_i)}{\max\left(\sum_{i=1}^{r}a_i,\sum_{i=1}^{r}b_i\right)}.$$

МЕРЫ РАЗЛИЧИЯ (РАССТОЯНИЯ)

Двойственными мерам сходства являются меры различия. Приведем меру различия Юрцева (Юрцев, 1968; Сёмкин, 2007), которая является двойственной мере сходства Браун-Бланке:

$$F_{0;-\infty}(A,B)=1-K_{0;-\infty}(A,B)=$$

$$=\frac{m(A)+m(B)-2m(A\cap B)+|m(A)-m(B)|}{m(A)+m(B)+|m(A)-m(B)|}.$$

Аксиоматика мер сходства и мер расстояния приведена в работе Б.И. Сёмкина (2007).

СОГЛАСОВАНИЕ МЕР ВКЛЮЧЕНИЯ И МЕР СХОДСТВА

Проблема согласования возникла в связи с одновременным использованием отношений включения и сходства. При графическом изображении эти отношения представляют в виде смешанных графов (направленных дуг и неориентированных ребер) или «симметричных» дендрограмм с указанием некоторых отношений включения в виде стрелок (Сёмкин, 1987). В настоящее время возникла необходимость «согласовать» меры сходства с мерами включения. Чтобы дать строгое определение понятиям согласования мер, рассмотрим 4 типа отношений как в двухзначной, так и в непрерывной логиках. Меры сходства и меры включения взаимно соответствуют друг другу тогда и только тогда, когда выполняется 2-й случай в непрерывной логике.

Двухзначная логика (рис. 1)

1. Отношения неравенства. Множества *A* и *B* не равны тогда и только тогда, когда $A \cap B = \varnothing$. В этом случае для меры сходства справедливо соотношение $K(A,B) = 0 \Leftrightarrow A \cap B = \varnothing$ (символ «$\Leftrightarrow$» означает «тогда и только тогда, когда…»).

2. Отношения равенства. Множества *A* и *B* равны тогда и только тогда, когда $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$, или для меры сходства справедливо соотношение $K(A,B) = 1 \Leftrightarrow A \subseteq B$ и $B \subseteq A$.

3. Отношения включения *B* в *A*. Множество *B* включается в множество *A* тогда и только тогда, когда $A \cap B = B$ или $K(A;B) = 1 \Leftrightarrow B \subseteq A$.

4. Отношения включения *A* в *B*. Множество *A* включается в множество *B* тогда и только тогда, когда $A \cap B = A$ или $K(B;A) = 1 \Leftrightarrow A \subseteq B$.

В двухзначной логике меры включения и меры сходства всегда взаимно согласованы. Мера сходства $K(A,B) = 1$ тогда и только тогда, когда $K(A;B) = 1$ и $K(B;A) = 1$.

Непрерывная логика (рис. 2)

1. Отношение несходства при пороге δ. Множества *A* и *B* несходны при пороге δ, если выполняется следующее условие:

$$K(A,B) < \delta \Leftrightarrow K(A;B) < \delta \text{ и } K(B;A) < \delta.$$

2. Множества *A* и *B* сходны при пороге *δ*, если выполняется следующее условие:

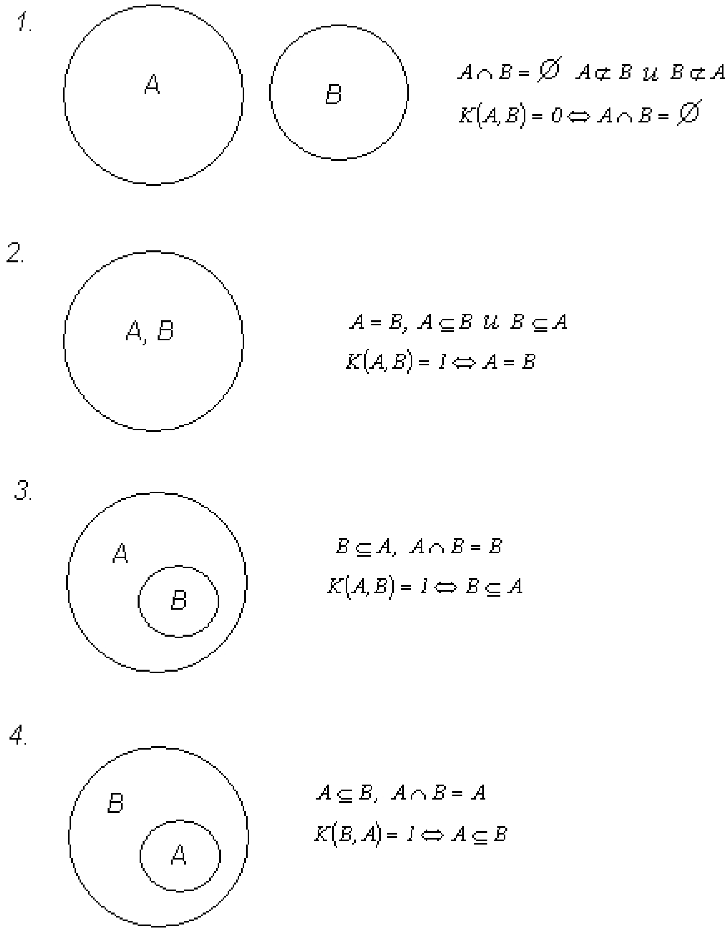

Рис. 1. Отношения между множествами в двухзначной логике

Fig. 1. Relationships between the sets in the scope of two-digit logics

$$K(A,B) \geq \delta \Leftrightarrow K(A;B) \geq \delta \text{ и } K(B;A) \geq \delta .$$

3. Множество *B* включается в множество *A*, если выполняются неравенства:

$$K(A;B) \geq \delta \text{ и } K(B;A) < \delta .$$

4. Множество *A* включается в множество *B*, если выполняются неравенства:

$$K(B;A) \geq \delta \text{ и } K(A;B) < \delta$$

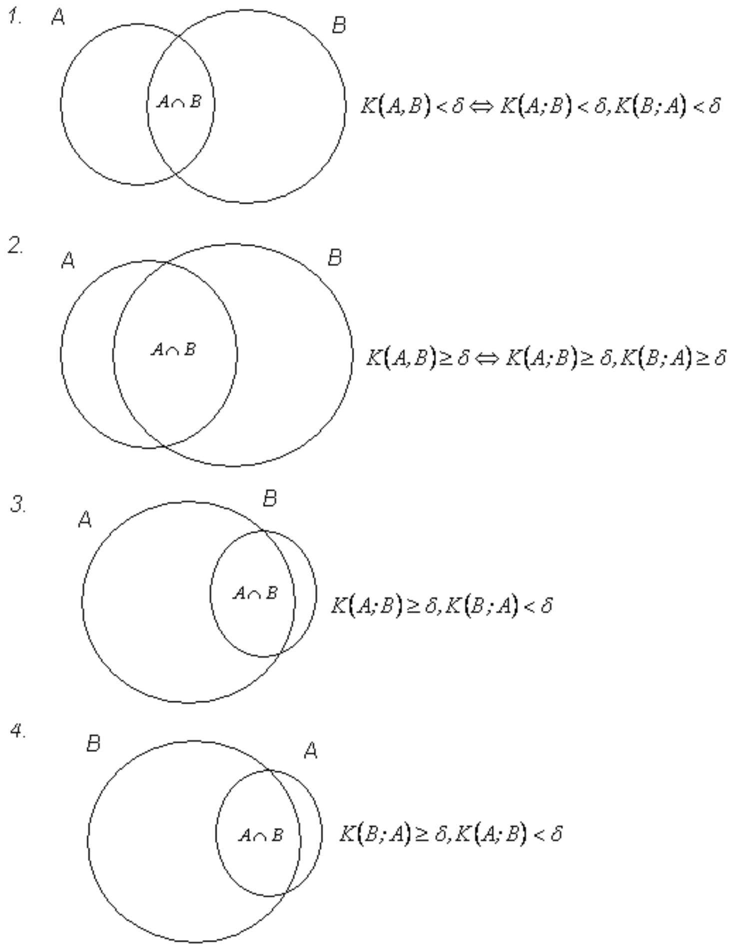

Рис. 2. Отношения между множествами в непрерывной логике

Fig. 2. Relationships between the sets in the scope of continuous logics

В непрерывной логике меры включения и сходства взаимно согласованы, если выполняются условия:

$$K(A,B) \geq \delta \Leftrightarrow K(A;B) \geq \delta \text{ и } K(B;A) \geq \delta .$$

Если выполняется только условие:

$$K(A;B) \geq \delta \text{ и } K(B;A) \geq \delta \Rightarrow K(A,B) \geq \delta ,$$

то меры включения односторонне согласованы с мерами сходства (знак «$\Rightarrow$» означает «следует»). При невыполнении указанного условия меры включения и мера сходства не согласованы. Приведем примеры взаимно согласованных, односторонне согласованных и несогласованных мер включения и сходства.

1. Мера сходства Браун-Бланке взаимно согласована с мерами включения $K_0(A;B)$ и $K_0(B;A)$.

2. Мера сходства Сёренсена односторонне согласована с мерами включения $K_0(A;B)$ и $K_0(B;A)$;

3. Мера сходства Жаккара не согласована с мерами включения $K_0(A;B)$ и $K_0(B;A)$ односторонне согласована с мерами включения $K_1(A;B)$ и $K_1(B;A)$ (Сёмкин, Комарова, 1977).

ПРИМЕР АНАЛИЗА ФЛОРИСТИЧЕСКИХ ОТНОШЕНИЙ

Возьмем в качестве примера данные по заповедникам Приамурья (Кожевников, Близнюк, 2005). Для установления связей между флорами используется только аборигенная фракция видов сосудистых растений каждого заповедника. Основой расчетов мер включения и сходства является матрица абсолютных мер сходства (матрица пересечения) (табл. 1), содержащая информацию о количестве видов в каждой флоре (диагональ матрицы) и о количестве общих видов для каждой пары сравниваемых флор (Кожевников, Близнюк, 2005). Следует отметить, что в случае отсутствия в публикациях списков видов флор, основным «документом», позволяющим воспроизвести результаты расчетов матриц включения, сходства и других, является именно матрица пересечения. Диагональ матрицы пересечений (табл. 1) содержит значительно разновеликие числовые значения. Например, число видов в Норском заповеднике равно 491, а в Большехехцирском – 853. Так как численность видов разновелика в каждом заповеднике, мы будем проводить анализ несимметричных отношений.

Меры включения

По матрице мер пересечений (табл. 1) рассчитаем матрицу мер включения (табл. 2). Для этого необходимо каждый элемент строки матрицы пересечений разделить на соответствующий диагональный элемент, а результат выразить в процентах. Например, диагональный элемент первой строки равен 502, на этот элемент делим каждый элемент первой строки матрицы пересечений и получаем первую строку матрицы мер включений. Повторяя аналогичные расчеты для 2-й, 3-й и других строк матрицы пересечений, получим мат-

Таблица 1 – Table 1

Матрица абсолютных мер сходства (пересечений) заповедников Приамурья для аборигенной фракции видов сосудистых растений (по: Кожевников, Близнюк, 2005)

Matrix of absolute affinity between the floras of the nature reserves in Amur region

	1	2	3	4	5	6
1	**502**	295	211	222	218	211
2	295	**601**	391	353	387	337
3	211	391	**788**	465	635	379
4	222	353	465	**618**	541	342
5	218	387	635	541	**853**	375
6	211	337	379	342	375	**491**

Примечание. Здесь и далее заповедники: 1 – Буреинский; 2 – Зейский; 3 – Хинганский; 4 – Комсомольский; 5 – Большехехцирский; 6 – Норский.

Таблица 2 – Table 2

Матрица мер включения $K_0(A;B)$ и $K_0(B;A)$ рассчитанная на основе матрицы пересечений (табл. 1) в %

Matrix of inclusions $K_0(A;B)$ and $K_0(B;A)$ calculated on the basis of affinity matrix (Table 1)

→	1	2	3	4	5	6
1	**100**	59	42	44	43	42
2	49	**100**	65	59	64	56
3	27	50	**100**	59	81	48
4	36	57	75	**100**	88	55
5	26	45	74	63	**100**	44
6	43	69	77	70	76	**100**

рицу мер включения (табл. 2). В левом углу матрицы включения приводится стрелка, указывающая направление включения.

Проведем анализ связей по матрице мер включения (табл. 2). При порогах $\delta \geq 80$ %, $\delta \geq 70$ %, $\delta \geq 60$ % и $\delta \geq 50$ % получаем графы включения–сходства (рис. 3). Граф включения показывает, что наиболее сильные флористические несимметричные связи при пороге $\delta \geq 80$ % (рис. 3а) обнаружены между флорами трех заповедников: флора Большехехцирского заповедника (5) включает как часть

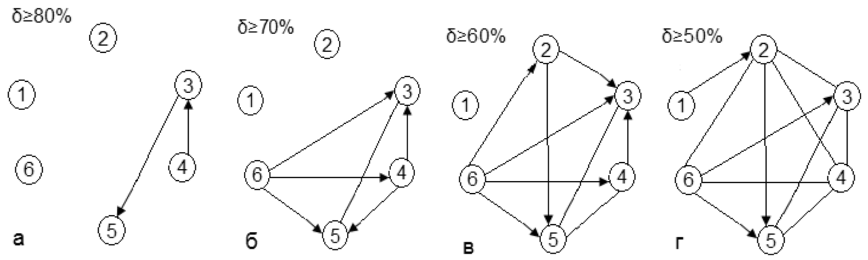

Рис. 3. Графы включения–сходства флор 6 заповедников Приамурья (а – при пороге δ≥ 80 %; б – при пороге δ ≥ 70 %; в – при пороге δ ≥ 60 %; г – при пороге δ ≥ 50 %)

Fig. 3. Graphs of inclusion-affinity for the floras of 6 nature reserves of Amur region (а – at affinity δ≥ 80 %; б – at affinity δ ≥ 70 %; в – at affinity δ ≥ 60 %; г – at affinity δ ≥ 50 %)

флору Хинганского заповедника (3), а последний включает как часть флору Комсомольского заповедника (4). При рассмотрении более слабых связей, при пороге $\delta \geq 70\%$ (рис. 3б), устанавливается несколько отличная структура. Флоры Большехехцирского (5) и Хинганского (3) заповедников сходны и в них включаются как части флоры Комсомольского (4) и Норского (6) заповедников. Норский заповедник также включается и в Комсомольский. Заповедники Буреинский (1) и Зейский (2) не включаются в другие.

Рассмотрим еще более слабые связи при $\delta \geq 60\,\%$ (рис. 3в). Наблюдаем сходство флор двух заповедников (Большехехцирский, Хинганский), также добавляется односторонняя связь Норского заповедника (6) с Зейским (2). Флора Зейского заповедника, в свою очередь, включается во флоры Большехекцирского и Хинганского. Флора Буреинского заповедника (1) при данном пороге во флоры других заповедников не включается. И, наконец, учитывая достаточно слабые связи (рис. 3г) при пороге $\delta \geq 50\,\%$, все заповедники (исключение составляют Буреинский и Зейский) связаны взаимными связями сходства. Флора Буреинского заповедника включается только во флору Зейского заповедника. Односторонняя связь наблюдается у Зейского заповедника с Большехехцирским. В целом следует отметить, что все приведенные заповедники Приамурья весьма сходны между собой, исключая только Буреинский заповедник.

Мера сходства Браун-Бланке и расстояние Юрцева

Как было показано нами, для определения отношений сходства между дескриптивными множествами можно использовать еще и меру сходства Браун-Бланке, а также двойственную ей меру различия (расстояние) Юрцева.

Проведем симметризацию матрицы мер включения K_0 (табл. 2) путем взятия минимальных элементов для симметричных элементов относительно главной диагонали. В результате получим матрицу мер сходства Браун-Бланке (табл. 3, над диагональю).

По матрице сходства Браун-Бланке при пороге $\delta \geq 59$ % построим граф включения–сходства (рис. 4). В результате получаем достаточно простую схему флористических связей между флорами заповедников Приамурья. Большехехцирский, Хинганский и Комсомольский заповедники сходны при этом пороге, в них включается флора Норского заповедника, а последняя – во флору Зейского. Флора Зейского, в свою очередь, включается во флоры Комсомольского, Хинганского и Большехехцирского заповедников. Флора Буреинского заповедника включается только во флору Зейского.

По формуле $100 - \max\left(K_0(A;B), K_0(B;A)\right)$ определим расстояние Юрцева (Сёмкин, 2007) и представим попарные расстояния в виде матрицы (табл. 3, под диагональю). По полученной матрице расстояния построим оптимальное дерево (дерево кратчайших расстояний) (рис. 5).

Как видим из исследования дендрита, флора Норского заповедника ближе всех к флоре Зейского, его же флора близка к флоре Комсомольского. В целом дендрит (рис. 5) наглядно отражает упорядочивание флор 6 заповедников по флористическому сходству и показывают положение флоры Норского заповедника среди других исследуемых флор.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из многообразия мер сходства и различия только мера сходства Браун-Бланке и двойственная ей мера различия (расстояние Юрцева) удовлетворяют условию согласования меры сходства (различия) с соответствующими мерами включения (невключения), что позволяет корректно представлять отношения включения–сходства или двойственные им отношения и графически отображать в виде смешанных графов, имеющих как дуги для характеристики включения, так и ребра, характеризующие отношения сходства.

При упорядочивании флор заповедников Приамурья наиболее содержательно интерпретируемые результаты были нами получены при использовании мер включения, меры сходства Браун-Бланке и меры различия (расстояния) Юрцева.

Таблица 3 – Table 3

Матрица мер сходства (Браун-Бланке), полученная с помощью симметризации матрицы мер включения (табл. 2) в % (над диагональю) и матрица мер расстояния (Юрцева) в % (под диагональю)

Matrix of affinity measures (Braun-Blanquet) calculated by simmetrization of the matrix in the table 2 showing percentage of Braun-Blanquet measures above and Yurtsev measures under diagonal

	1	2	3	4	5	6
1	×	49	27	36	26	42
2	51	×	50	57	45	56
3	73	50	×	59	74	48
4	64	43	41	×	63	55
5	74	55	26	37	×	44
6	58	44	52	45	56	×

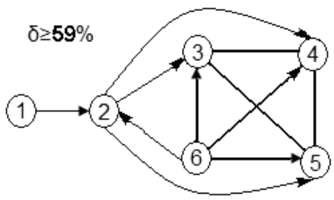

Рис. 4. Смешанный граф включения–сходства, построенный по матрице мер включения K_0 (табл. 2) и мер сходства Браун-Бланке (табл. 3 над диагональю) при пороге δ ≥ 59 %

Fig. 4. Combined graph of inclusion and affinity based on the matrix of inclusion K_0 (Table 2) and Braun-Blanquet affinity index (Table 3, above diagonal) at the level of δ ≥ 59 %

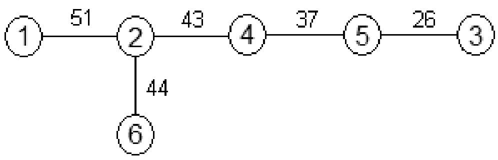

Рис. 5. Оптимальное дерево (дендрит), построенное на основе матрицы расстояний Юрцева

Fig. 5. Optimal tree (dendrit) based on the matrix of Yurtsev's distances

ЛИТЕРАТУРА

Кожевников А.Е., Близнюк Т.Н. Основные особенности растительного покрова и флористические связи Норского заповедника в Приамурье // Ботан. исследования в Приамурье и на сопредельных территориях: материалы регион. совещ., Благовещенск, 24-26 мая 2004 г. Благовещенск: АФБСИ ДВО РАН, 2005. С. 33-39.

Константинов А.С. Использование теории множеств в биогеографическом и экологическом анализе // Успехи соврем. биол. 1969. Т. 67, вып. 1. С. 99-108.

Песенко Ю.А. Принципы и методы количественного анализа в фаунистических исследованиях. М.: Наука, 1982. 287 с.

Сёмкин Б.И. Дескриптивные множества и их приложения // Исследование систем. Т. 1. Анализ сложных систем. Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1973. С. 83-94.

Сёмкин Б.И. Основы методов систематизации географических данных // Математические методы в экологии и географии. Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1978. С. 3-11.

Сёмкин Б.И. Теоретико-графовые методы в сравнительной флористике // Теорет. и метод. проблемы сравнительной флористики: материалы II рабочего совещ. по сравнительной флористике. Неринга, 1983. Л.: Наука, 1987. С. 149-163.

Сёмкин Б.И. Количественные показатели для оценки односторонних флористических связей, предложенных Б.А. Юрцевым // Ботан. журн. 2007. Т. 92, № 4. С. 114-127.

Сёмкин Б.И., Комарова Т.А. Анализ фитоценотических описаний с использованием мер включения (на примере растительных сообществ долины реки Амгуэмы на Чукотке) // Ботан. журн. 1977. Т. 62, № 1. С. 54-63.

Сёмкин Б.И., Куликова Л.С. Методика математического анализа списка видов насекомых в естественных и культурных биоценозах. Владивосток: ТИГ ДВНЦ АН СССР, 1981. 73 с.

Сёмкин Б.И., Тимофеев И.В., Варченко Л.И., Орешко А.П. Сравнительный анализ флоры с использованием баз данных // Компьютерные базы данных в ботан. исследованиях. СПб., 1997. С. 90-93.

Юрцев Б.А. Флора Сунтар-Хаята. Л.: Наука, 1968. 235 с.

Юрцев Б.А. Флора как природная система // Бюл. МОИП. Отд. биол. 1982. Т. 87, вып. 4. С. 3-22.

Юрцев Б.А. Флора как базовое понятие флористики: содержание понятия, подходы к изучению // Теорет. и метод. проблемы сравнительной флористики: материалы II рабочего совещ. по сравнительной флористике. Неринга, 1983. Л.: Наука, 1987. С. 13-28.

Юрцев Б.А., Камелин Р.В. Очерк системы основных понятий флористики // Теорет. и метод. проблемы сравнительной флористики: матер. II рабочего совещ. по сравнительной флористике. Неринга, 1983. Л.: Наука, 1987. С. 242-266.

Юрцев Б.А., Камелин Р.В. Основные термины и понятия флористики. Пермь, 1991. 80 с.

Юрцев Б.А., Сёмкин Б.И. Изучение конкретных и парциальных флор с помощью математических методов // Ботан. журн. 1980. Т. 65, № 12. С. 1706-1718.

Braun-Blanquet J. Pflanzensoziologie Grundzüge der Vegetationskunde. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1928. 330 S.

Jaccard P. Distribution de la flore alpine dans le Bassin des Dranses et dans quelques regions voisines // Bull. Soc. Vaudoise Sci. Natur. 1901. Vol. 37, Bd 140. S. 241-272.

Sørensen T. A method of establishing groups of equal amplitude in plant sociology based on similarity of species content // Kongelige Danske Videnskabernes Selskab. Biol. krifter. 1948. Bd 5, N 4. P. 1-34.